Tikrit Journal of Administrative and Economic Sciences, Vol. 20, No. 66, Part (1): 272-286
Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.20.66.1.16

Tikrit Journal of Administrative and Economics Sciences
مجلة تكريت للعلوم الإدارية والاقتصادية
EISSN: 3006-9149
PISSN: 1813-1719

Study of the properties of the "Exponentiated Weibull" distribution based on the Exponentiated Chen G- family with simulation

Diyar J. Mohammed*, Qasim N. Hussien
College of Education for Pure Sciences/ Tikrit University

Keywords:
The Exponentiated Chen G- family, R'enyi Entropy, Moments, Maximum likelihood estimation.

A R T I C L E I N F O

Article history:
Received 08 Mar. 2024
Accepted 01 Apr. 2024
Available online 30 Jun. 2024

©2023 THIS IS AN OPEN ACCESS ARTICLE UNDER THE CC BY LICENSE
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

*Corresponding author:
Diyar J. Mohammed
College of Education for Pure Sciences/ Tikrit University

Abstract: In this study, a suggested distribution of continuous distributions is presented by fitting the Exponentiated Weibull distribution with the Exponentiated Chen G-family to obtain the new distribution namely the Exponentiated Chen Exponentiated Weibull distribution. The cumulative distribution function (CDF) and the probability density function (PDF) have been derived. Simulation Study In this section of article, we discuss some simulations for different sample size to determine the efficiency of MLEs. The different methods have been derived for simulating a random variable like the inversion method, the rejection, acceptance sampling techniques, and many more from different probability distributions in the field of computational statistics. The Inversion method is considered the most powerful technique. Through simulation, it appears that the greatest potential approach produces good outcomes. Therefore, in order to get satisfactory results, we advise researchers to either expand this distribution using additional non-continuous or continuous families or use the simulation approach using other statistical programs to increase the quality of the model's fit.

Tikrit Journal of Administrative and Economic Sciences, Vol. 20, No. 66, Part (1): 272-286
Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.20.66.1.16

دراسة خصائص توزيع "ويبل المرفوع "بالاعتماد على عائلة Exponentiated Chen G- family مع محاكاة

ديار جلال محمد **قاسم ناصر حسين**
كلية التربية للعلوم الصرفة/ جامعة تكريت

المستخلص

تم تقديم توزيع جديد في هذه البحث من التوزيعات المستمرة عن طريق تركيب توزيع ويبل المرفوع: مع عائلة The Exponentiated Chen G- family للحصول على توزيع جديد أطلق عليه توزيع ويبل المرفوع تشين الأسي " Exponentiated Chen Exponentiated Weibull distribution" (EChEW) اختصارا.

حيث نقوم باستنتاج دالتي التوزيع التراكمي ودالة الكثافة الاحتمالية (PDF, CDF) للتوزيع الجديد وتوسيع كل منهما، كما ويتم ايجاد بعض من الدوال ذات أهمية كبرى للتوزيع الجديد مثال ذلك دالة عدم (البقاء)S(x)، ودالة (الخطر)h(x).

وبعدها نقوم بدراسة بعض الخصائص الإحصائية مثل العزوم، ريني انتروبي وقوة الاجهاد، بعد ذلك يتم عرض بعض الرسوم البيانية مثل للدوال التي تم ذكرها أعلاه. باستخدام طريقة الإمكان الأعظم MLEs تمَّ تقدير المعالم للتوزيع الجديد.

ولقد تم استخدام المحاكاة وذلك باستخدام برنامج R الإحصائي لاستنتاج توزيع يتميز بالمرونة العالية وهي من التقنيات الرقمية التي يمكن اجراء التجارب من خلال الكومبيوتر بحيث تتضمن هذه التقنية عدد من النماذج الرياضية وإن هذه النماذج الرياضية تصف سلوك أو نظام عمل معقد بفترة زمنية محددة أو معينة. ويمكن وصفها بشكل آخر بأن عملية المحاكاة هي تقليد للواقع الحقيقي من خلال وصف الواقع بنماذج معينة بحيث إن هذه النماذج تكون مشابهة للواقع لتحقيق فهم أكبر قدر ممكن لهذا الواقع الحقيقي. وإن من أهم ما تتميز بها المحاكاة وهي تكرار التجربة لعدة مرات وبحجوم عينات مختلفة عن طريق تغيير المدخلات وإن هذه العينات التي يتمَّ توليدها تكون مستقلة.

الكلمات المفتاحية: توزيع ويبل المرفوع، عائلة تشين الأسي، ريني انتروبي، العزوم، طريقة الإمكان الأعظم.

1. المقدمة Introduction

قمنا بدراسة الطرق الكلاسيكية المختلفة لتقدير معلمات التوزيع الجديد لتوزيع (EChEW) distribution. وكما ندرس بعض خصائص الإحصائية ودالة الكثافة وغيرها من الدوال. ويتم استخدام الطرق العددية لحل النتائج التي تم الحصول عليها المعادلات غير الخطية. كما يتم استخدام دراسة المحاكاة باستخدام برنامج R الإحصائي.

كما قام الباحثون (Khaleel et al., 2020 :172) بإيجاد توزيع جديد بتركيب توزيع ويبل المرن Flexible Weibull مع عائلة جومبيرتز. وتمَّ دراسة بعض الخواص الإحصائية للتوزيع الجديد مثل العزوم والدالة المولدة للعزوم وتمَّ التركيز على ريني انتروبي. تمَّ توظيف طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معلمات التوزيع الجديد وأثبتت دراسة المحاكاة العددية الأداء الجيد لطريقة الإمكان الأعظم في تقديرات المعلمات.

وكما اقترح (Chen, 2000: 155-161) التوزيع الجديد ثنائي المعلمات المسمى على اسمه، حيث أنَّ هذا التوزيع لديه ميزة وهي اعطاء أشكال مختلفة منها شكل حوض الاستحمام أو تمثيل دالة معدل فشل متزايدة. وفي هذا البحث يتم التطرق إلى آلية اشتقاق التوزيع الجديد ودراسة بعض الخصائص الإحصائية التي تخصها.

وكما قدم الباحثون (Korkmaz et al., 2022: 765-786) توزيعاً جديدا سمي unit-Chen distribution وذلك باستخدام اسلوب جديد على الفترة (0,1). تمَّ اشتقاق بعض الصفات الإحصائية للتوزيع الجديد، وقدرت المعلمات المجهولة بعدة طرق مختلفة. تمَّ توظيف أسلوب المحاكاة لبيان أداء طرق التقدير المختلفة واختيار أكثر طريقة لتقدير معالم التوزيعوذلك باختيار توزيع ويبل المرفوع، حيث يعد من أهم التوزيعات الأساسية المستمرة التي تمتلك معلمتان هما (معلمتي القياس والشكل). كما وإن عائلة The Exponentiated Chen G- family تمتلك ثلاث معلمات أيضا فمن المنتظر أن تكون النتائج التي يتم الحصول عليها من التوزيع الجديد ذات أفضلية ومرونة عالية. كما ويتم التطرق إلى بعض المميزات والخصائص الإحصائية المهمة مثل (العزوم، ريني انتروبي، الغاية) ودراسة كل من الدالتين عدم إبقاء على قيد الحياة ودالة الخطر. وبطريقة الإمكان الأعظم (MLE) تم تقدير المعلمات للتوزيع الجديد. فضلاً عن ذلك سيتم عرض بعض من الأشكال البيانية لدالتي (CDF وPDF) للتوزيع الجديد وغيرها من الدوال.

2. توزيع ويبل المرفوع تشين الأسي ويبل: Exponentiated Chen Exponentiated Weibull distribution: في هذا القسم يتم تقديم توزيع جديد تم استنتاجه من عملية دمج عائلة الاسي تشن The Exponentiated Chen G family

حيث تم توليد عائلة تشن الموسع The Exponentiated Chen G- family

بواسطة : (January 2022, Volume 51, 57-90))

وإن دالة التوزيع التراكمي (CDF) ودالة الكثافة الاحتمالية (PDF) للمتغير العشوائي X تعطى بالشكل:

$$F(x)_{ECh-G} = \left[A(1 - e^{\tau(1-e^{G(x)^{\theta}})}\right]^{\gamma} \quad x > 0, \tau > 0, \theta > 0 \qquad (1)$$

$$f(x)_{ECh-G} = \gamma A^{\gamma}\tau\theta g(x)G(x)^{\theta-1}e^{G(x)^{\theta}}e^{G(x)^{\theta}}e^{\tau(1-e^{G(x)^{\theta}}}\left[1 - e^{\tau(1-e^{G(x)^{\theta}}}\right]^{\gamma-1} \quad (2)$$

إذا كان $\theta = 1$ و$\tau = 1$ نحصل على عائلة Exponentiated-G family of) (distributions (Gupta et al. 1998).

وإذا كان $\gamma=1$ نحصل على عائلة (The Chen-G family) Anzagra et al., (2020)).

حيث قيمة A ثابت التطبيق $A = \frac{1}{1-e^{\tau(1-e)}}$ وأن $x\epsilon R$ وان $\theta, \tau > 0$

مع توزيع ويبل الاسي Exponentiated Weibull Distribution.

وليكن x متغير عشوائي وإن $G(x)$ هي دالة (CDF) وإن$g(x)$ هي دالة (PDF) المقابل لتوزيع ويبل الاسي فأن صيغة دالتي توزيع ويبل الاسي التي تمتلك معلمتين هما:

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.20.66.1.16

$$G(x)_{EW} = \left[1 - e^{-x^{\delta}}\right]^{a} \quad x > 0, a, \delta > 0 \tag{3}$$

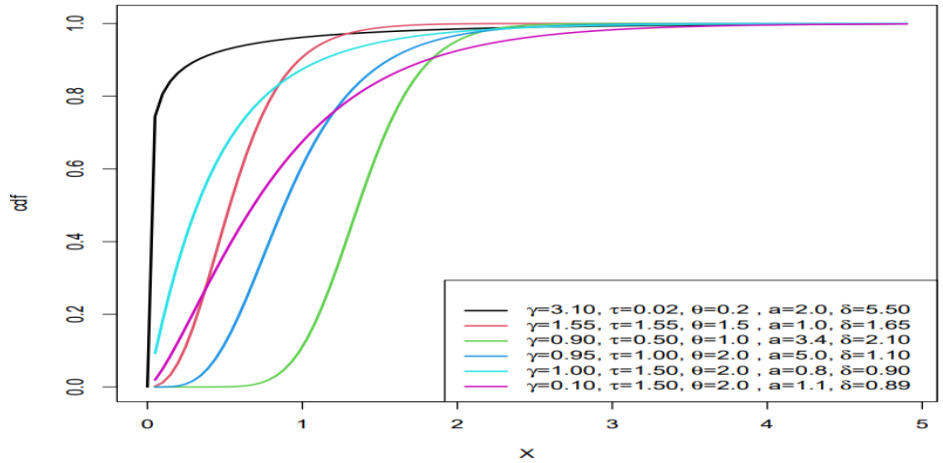
$$g(x)_{EW} = a\delta(x)^{\delta-1}e^{-x^{\delta}} \left[1 - e^{-x^{\delta}}\right]^{a-1} \tag{4}$$

وإذ إنَّ $a, \delta > 0$ وان $x > 0$. حيث a معلمة الشكل. وδ معلمة القياس

للحصول على توزيع جديد وهو توزيع (EChEW) والتي تكون لها خمس معالم. ولغرض الحصول على دالة (CDF) لها نقوم بتعويض المعادلة (3) في المعادلة رقم (1) يتم الحصول على صيغة جديدة خاصة بالتوزيع الجديد (EChEW) التي تكون بالشكل الآتي:

$$F(x)_{EChEW} = \left[A\left(1 - e^{\left\{\tau\left[\left(1-e^{(1-e^{-x^{\delta}})^{a}}\right)^{\theta}\right]\right\}}\right)\right]^{\gamma} \tag{5}$$

حيث$x > 0. \gamma, \tau, \theta, a, \delta > 0$ وتُعد $\{\gamma, \tau, \theta, a, \delta\}$ المعالم الخمس للتوزيع الجديد EChEW.

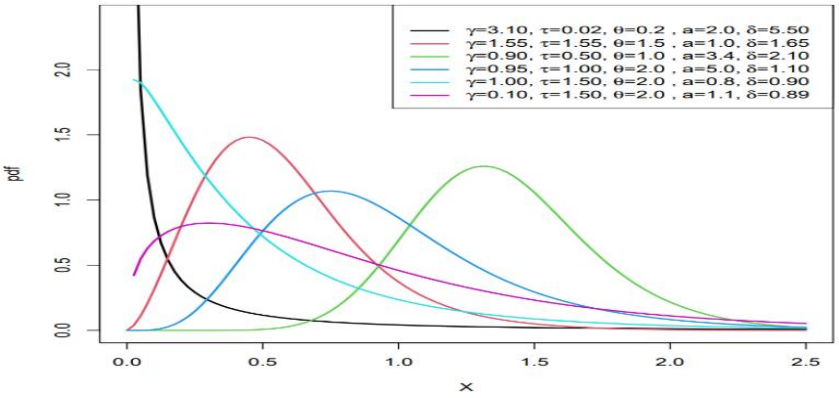


شكل (1): دالة التوزيع التراكمي CDF لتوزيع EChEW لقيم معالم مختلفة.

أما بالنسبة لأيجاد دالة (PDF) للتوزيع الجديد فنقوم بتعويض المعادلة(3)،(4) في المعادلة (2) ونحصل على الصيغة الآتية:

$$f(x)_{EChEW} = \gamma A^{\gamma}\tau\theta a\delta(x)^{\delta-1}e^{-x^{\delta}} \left[1 - e^{-x^{\delta}}\right]^{a-1} e^{\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a\theta}} e^{\tau(1-e^{\left(\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}})} \left[1 - e^{\tau(1-e^{\left(\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}})}\right]^{\gamma-1} \left(\left[1 - e^{-x^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta-1} \tag{6}$$

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.20.66.1.16



إذ إنَّ $x > 0 , \gamma, \tau, \theta, a, \delta > 0$,

شكل (2): دالة الكثافة الاحتمالية PDF لتوزيع EChEW لقيم معالم مختلفة.

أهداف هذه البحث هو:

- ❖ إثبات أن النموذج الجديد أكثر مرونة من نماذجه الفرعية من خلال إجراء تقدير معلمات التوزيع بطريقة الإمكان الأعظم.
- ❖ تقديم توزيعة جديدة وهي توزيعة Exponentiated Chen Exponentiated Weibull distribution.
- ❖ فحص وتحليل الخصائص الرياضية المختلفة لتوزيع Exponentiated Chen Exponentiated Weibull distribution

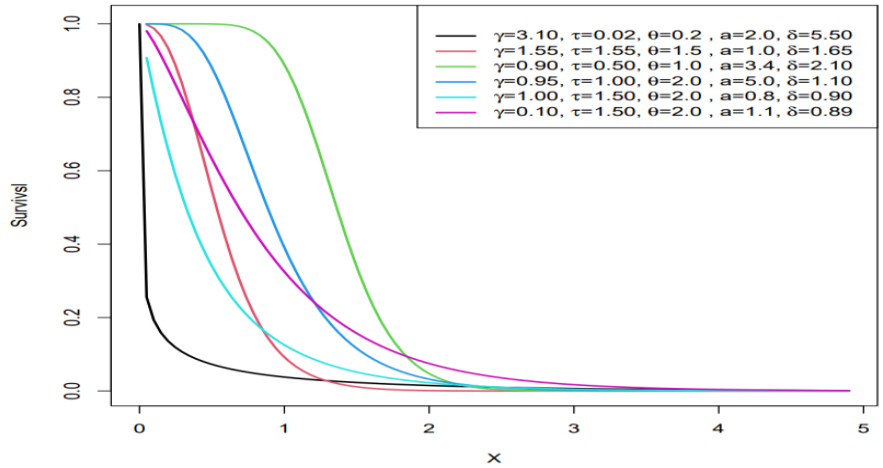
3. دالة عدم الفناء (دالة الموثوقية): Survival Function: إن هذه الدالة تعد من الدوال المكملة لدالة التوزيع التراكمي للتوزيع الجديد في مدى قدرة الحفاظ على الكائن حيا بعد مرور t من الزمن. وإن هناك ما تربط معامل الخطورة والدالة التجميعية حيث إنهما تتناسبان طرديا أي أن هناك علاقة طردية بين معامل الخطورة والدالة التجمعية. وكما يتضح أن التزايد في وقت الفشل تؤدي الى التناقص في الدالة الموثوقية وهذا دليل أن هناك علاقة عكسية بين وقت الفشل ودالة عدم الفناء. أما بالنسبة لمعامل عدم الأمان تتزايد بزيادة وقت الفشل لذلك يمكننا القول إنهما تتناسبان طرديا. من خلال العلاقة الآتية يمكن الحصول عليها: (Hammed, S. S., & Khaleel, M. A. ,2023: 180)

$$S(x) = 1 - F(x) \qquad (7)$$

$$S(x)_{EChEW} = 1 - \left[A\left(1 - e^{\left\{ \tau \left[\left(1 - e^{(1 - e^{-x^{\delta}})^{a}} \right)^{\theta} \right] \right\}} \right) \right]^{\gamma} \qquad (8)$$

إذ إنَّ $0 \le S(x)_{EChEW} \le 1 , x > 0$ وان $\gamma, \tau, \theta, a, \delta > 0$

Tikrit Journal of Administrative and Economic Sciences, Vol. 20, No. 66, Part (1): 272-286
Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.20.66.1.16

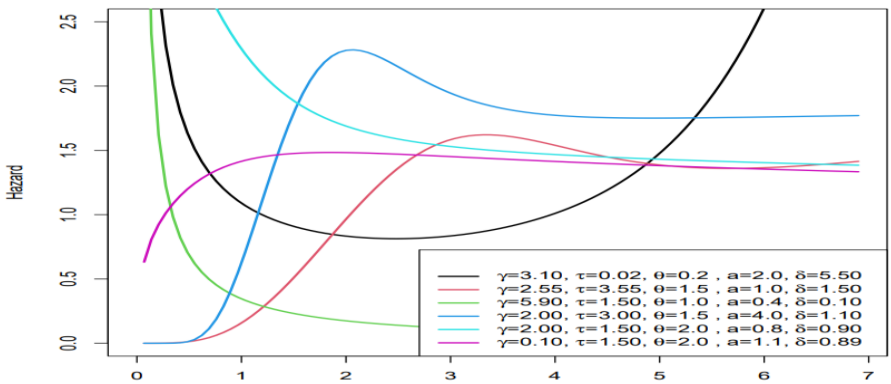


شكل (3): دالة البقاء $S(x)_{EChEW}$ للتوزيع الجديد EChEW لقيم مختلفة للمعالم.

4. دالة عدم الأمان ((دالة الخطر)) Hazard Function: إن هذه الدالة تعد من الدوال ذات الأهمية الكبرى في التطبيقات الهندسية من ناحية ومن ناحية أخرى تمكنه تزويدنا بنموذج رياضي لبيانات دالة عدم. لذلك فأن إيجاد توزيعات بأشكال مختلفة كان محل اهتمام وعمل بعض الباحثين فقد تكون متزايدة في بعض الأحيان أو قد تكون متناقصة أو ثابتة كما وإنها تعد من الدوال الموجبة. وقد تكون هذه الدالة ذات صيغة محدودة لمدة الإخفاق أو الفشل وتكون هذه المدة محصورة بين زمنيين t_1 و t_2. كما وقد تكون الدالة الاحتمالية شرطية مفردة عند الزمن، ويمكن اشتقاق هذه الدالة من العلاقة الآتية: (Johnson et al., 1975: 53-66).

$$h(x) = \frac{f(x;\gamma,\tau,\theta,a,\delta)_{EChEW}}{S(x;\gamma,\tau,\theta,a,\delta)_{EChEW}} \qquad (9)$$

$$\left[\frac{\gamma A^{\gamma}\tau\theta a\delta(x)^{\delta-1}e^{-x^{\delta}}\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a-1}\left(\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta-1}e^{\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a\theta}}e^{\tau(1-e^{\left(\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}})}\left[1-e^{\tau(1-e^{\left(\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}})}\right]^{\gamma-1}}{1-\left[A\left(1-e^{\left\{\tau\left[\left(1-e^{(1-e^{-x^{\delta}})^{a}}\right)^{\theta}\right]\right\}}\right)\right]^{\gamma}}\right]$$



شكل (4): دالة الخطر $h(x)_{EChEW}$ للتوزيع الجديد EChEW لقيم مختلفة للمعالم.

5. العزوم Moments: بالاعتماد على دالة الكثافة الاحتمالية بعد توسيعها يمكن الحصول على العزوم حول نقطة الأصل من الدرجة r للتوزيع $ECh EW$ من العلاقة الاتية (Hammed, & Khaleel, 2023: 182))

$$\mu_r = E(x) = \int_0^{\infty} x^r f(x) dx \qquad (10)$$

$$\mu_r = E(X^r)_{EChEW} = \mathcal{M}_{j,k,l,m,q} \int_0^{\infty} x^r (x)^{\delta-1} \delta(q+1) e^{-(q+1)x^{\delta}} dx$$

$$y = (q+1)x^{\delta} \Rightarrow dy = (x)^{\delta-1} \delta(q+1) dx$$

$$y = (q+1)x^{\delta} \Rightarrow x = y^{\frac{1}{\delta}} (q+1)^{\frac{-1}{\delta}}$$

$$\mu_r = E(X^r)_{EChEW} = \mathcal{M}_{j,k,l,m,q} \int_0^{\infty} \left(y^{\frac{1}{\delta}} (q+1)^{\frac{-1}{\delta}} \right)^r e^{-y} dy$$

$$\mu_r = E(X^r)_{EChEW} = \mathcal{M}_{j,k,l,m,q} \left((q+1)^{\frac{-r}{\delta}} \right) \int_0^{\infty} y^{\frac{r}{\delta}} e^{-y} dy$$

$$\mu_r = E(X^r)_{EChEW} = \mathcal{M}_{j,k,l,m,q} \left((q+1)^{\frac{-r}{\delta}} \right) \int_0^{\infty} y^{\left(\frac{r}{\delta}+1\right)-1} e^{-y} dy$$

للحصول على الصيغة النهائية للمعادلة نجري عملية التكامل باستعمال تكامل كاما فتكون بالشكل الاتي.

$$\mu_r = E(X^r)_{EChEW} = \mathcal{M}_{j,k,l,m,q} \left((q+1)^{\frac{-r}{\delta}} \right) \Gamma\left(\frac{r}{\delta}+1\right) \qquad (11)$$

ومن المعادلة (11) يمكننا ايجاد العزوم (μ_1وμ_2وμ_3وμ_4) حيث أن μ_1 عند $r = 1$ يمثل المتوسط الحسابي (mean) للتوزيع جديد EChEW.

6. ريني انتروبي R'enyi Entropy: إن مفهوم انتروبي هي مقياس لدرجة عدم اليقين لمتغير العشوائي. وهي دالة الكمية الأساسية في نظرية المعلومات مرتبطة مع أي متغير عشوائي وفي بعض التجارب العشوائية غالبا ما توصف بعدم الإثباتية. تعرفان الصيغة القياسية لريني انتروبي لمتغير عشوائي x مع دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع $ECh EW$ والتي هي قيد دراستنا الحالية تكون بالشكل الآتي.

$$I_R(S) = \frac{1}{1-s} \log \int_0^{\infty} [f(x)]^s dx \qquad (12)$$

إذ أنَّ $x > 0$ وان $s > 0$, $s \neq 1$.(R'enyi 1961, June:4).

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.20.66.1.16

$$I_R(S) = \frac{1}{1-s}\log\int_0^{\infty}\left[\gamma A^{\gamma}\tau\theta a\delta(x)^{\delta-1}e^{-x^{\delta}}\left[1 - e^{-x^{\delta}}\right]^{a-1}\left(\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta-1} e^{\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a\theta}} e^{\tau(1-e^{\left(\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}}}\left[1 - e^{\tau(1-e^{\left(\left[1-e^{-x^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}}}\right]^{\gamma-1}\right]^{s} dx \qquad (13)$$

إذ إنَّ $\gamma, \tau, \theta, a, \delta > 0. x > 0$,

سنقوم بالتبسيط ونحصل على ابسط صورة وهي كالآتي:

$$I_R(S) = \frac{\left(\mathcal{M}_{j,k,l,m,q}\right)^S}{1-s}\log\int_0^{\infty}(q + 1)^S\delta^s\left([s(q+1)]^{-1/\delta}(u)^{1/\delta}\right)^{S(\delta-1)} e^{-u}du \qquad (14)$$

وأيضا بالتبسيط، وبإضافة العدد واحد وطرح واحد نحصل على.

$$I_R(S) = \frac{\left(\mathcal{M}_{j,k,l,m,q}\right)^S}{1-s}(q + 1)^S\delta^s[s(q+1)]^{-S(\delta-1)/\delta}\log\int_0^{\infty}(u)^{\left(s-\frac{s}{\delta}\right)+1-1}e^{-u}du \qquad (15)$$

وبأجراء عملية تكامل كاما تكون الصيغة النهائية لانتروبي التوزيع EChEW وبالشكل الاتي. Bera (2015)

$$I_R(S) = \frac{\left(\mathcal{M}_{j,k,l,m,q}\right)^S}{1-s}(q+1)^S\delta^s[s(q+1)]^{-S(\delta-1)/\delta}\log\Gamma\left(\left(s-\frac{s}{\delta}\right) + 1\right) \qquad (16)$$

7. تقدير المعلمات Estimation parameters. يتم استعمال طريقة الإمكان الأعظم في تقدير معالم التوزيع الجديد لكونها أفضل طريقة لتقدير المعالم إذا كان لدينا العينة محتملة من الحجم n من المجتمع. $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ التي تمتلك التوزيع الاحتمالي $EChEW$ فإن الدالة الإمكان الأعظم تكون وفق الصيغة الآتية:

(Hammed, S., & Khaleel, M. 2023:12)

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.20.66.1.16

$$L(x;\gamma,\tau,\theta,a,\delta)_{EChEW} = \prod_{i=1}^{n}\left[\gamma A^{\gamma}\tau\theta g(x)G(x)^{\theta-1}e^{G(x)^{\theta}}e^{G(x)^{\theta}}e^{\tau(1-e^{G(x)^{\theta}}}\left[1 - e^{\tau(1-e^{G(x)^{\theta}}}\right]^{\gamma-1}\right]$$

$$\mathrm{L}(\mathrm{x};\gamma,\tau,\theta,\mathrm{a},\delta)_{\mathrm{EChEW}} = \prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\left(\left[\gamma \mathrm{A}^{\gamma}\tau\theta\mathrm{a}\delta(\mathrm{x})^{\delta-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{x}^{\delta}}\left[1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{x}^{\delta}}\right]^{\mathrm{a}-1}\ \mathrm{e}^{\left[1-\mathrm{e}^{-\mathrm{x}^{\delta}}\right]^{\mathrm{a}\theta}}\mathrm{e}^{\tau(1-\mathrm{e}^{\left(\left[1-\mathrm{e}^{-\mathrm{x}^{\delta}}\right]^{\mathrm{a}}\right)^{\theta}}}\right]\left[1 - \mathrm{e}^{\tau(1-\mathrm{e}^{\left(\left[1-\mathrm{e}^{-\mathrm{x}^{\delta}}\right]^{\mathrm{a}}\right)^{\theta}}}\right]^{\gamma-1}\left(\left[1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{x}^{\delta}}\right]^{\mathrm{a}}\right)^{\theta-1}\right) \quad (17)$$

والآن نستخرج المشتقات الجزئية بالنسبة لكل معلمة وبالتالي تكون بالشكل الآتي.

$$\frac{\partial \ln \mathrm{L}(\mathrm{x};\gamma,\tau,\theta,\mathrm{a},\delta)_{\mathrm{EChEW}}}{\partial\gamma} = \frac{\mathrm{n}}{\gamma}(\gamma(\mathrm{A}^{\gamma}\ln\mathrm{A}) + (\mathrm{A}^{\gamma}) + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\left[1 - \mathrm{e}^{\tau(1-\mathrm{e}^{\left(\left[1-\mathrm{e}^{-\mathrm{x_i}^{\delta}}\right]^{\mathrm{a}}\right)^{\theta}}}\right] \quad (18)$$

$$\frac{\partial \ln \mathrm{L}(\mathrm{x};\gamma,\tau,\theta,\mathrm{a},\delta)_{\mathrm{EChEW}}}{\partial\tau} = \frac{\mathrm{n}}{\tau} + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\mathrm{e}^{\theta\left[1-\mathrm{e}^{-\mathrm{x_i}^{\delta}}\right]^{\mathrm{a}}} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\tau\left(1 - \mathrm{e}^{\left(\left[1-\mathrm{e}^{-\mathrm{x_i}^{\delta}}\right]^{\mathrm{a}}\right)^{\theta}}\right)\mathrm{e}^{(1-\mathrm{e}^{\left(\left[1-\mathrm{e}^{-\mathrm{x_i}^{\delta}}\right]^{\mathrm{a}}\right)^{\theta}})} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \ln \mathrm{L}(\mathrm{x};\gamma,\tau,\theta,\mathrm{a},\delta)_{\mathrm{EChEW}}}{\partial\alpha} = \frac{\mathrm{n}}{\alpha\alpha} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\ln\left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{x_i}^{\delta}}\right) + \theta\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\ln\left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{x_i}^{\delta}}\right)\left(\left[1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{x_i}^{\delta}}\right]^{\mathrm{a}}\right)^{\theta}$$

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.20.66.1.16

$$+\tau\theta\sum_{i=1}^{n}\ln\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)(e)^{\theta\left[1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right]^{a}}\left[1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right]^{a}+(\theta$$

$$-1)\sum_{i=1}^{n}\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right) \quad (20)$$

$$\frac{\partial \ln L(x;\gamma,\tau,\theta,a,\delta)_{EChEW}}{\partial\theta}=$$

$$\alpha\sum_{i=1}^{n}\ln\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)\left(\left[1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}+\tau\sum_{i=1}^{n}\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)^{\alpha}\left(\left[1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}$$

$$+\tau\alpha\sum_{i=1}^{n}\ln\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)\left(\left[1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}e^{\tau\left(1-e^{\left(\left[1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}+\left(\left[1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}}+\right.}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\alpha\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)^{\theta} \quad (21)$$

$$\frac{\partial \ln L(x;\gamma,\tau,\theta,a,\delta)_{EChEW}}{\partial\delta}=$$

$$\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\ln(x_i)}{x_i{}^{\delta}}-\sum_{i=1}^{n}\frac{(\alpha-1)\ln(x_i)e^{-x_i{}^{\delta}}}{x_i{}^{\delta}\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)}-\sum_{i=1}^{n}\frac{(\alpha\theta)\ln\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)^{\alpha\theta-1}e^{-x_i{}^{\delta}}}{x_i{}^{\delta}}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}(\alpha\tau\theta)x_i{}^{\delta}\ln\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)^{\alpha-1}e^{\theta\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)-x_i{}^{\delta}}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}(\alpha\tau\theta)x_i{}^{\delta}\ln(x_i)\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)^{\alpha\theta-1}e^{\theta\left(1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right)-x_i{}^{\delta}e^{\tau\left(1-e^{\left(\left[1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}+\left(\left[1-e^{-x_i{}^{\delta}}\right]^{a}\right)^{\theta}}-x_i{}^{\delta}\right.}} \quad (22)$$

نلاحظ تم تصفير المعادلات في سبيل الحصول على تقدير الإمكان الأعظم:

$$\frac{\partial \ln L(x;\gamma,\tau,\theta,a,\delta)_{EChEW}}{\partial\delta}=\frac{\partial \ln L(x;\gamma,\tau,\theta,a,\delta)_{EChEW}}{\partial\theta}$$

$$=\frac{\partial \ln L(x;\gamma,\tau,\theta,a,\delta)_{EChEW}}{\partial\alpha}=$$

$$\frac{\partial \ln L(x;\gamma,\tau,\theta,a,\delta)_{EChEW}}{\partial\gamma}=\frac{\partial \ln L(x;\gamma,\tau,\theta,a,\delta)_{EChEW}}{\partial\tau}=0$$

وبعد مساواتها لصفر. نجد قيمة المتغير العشوائي X ثم نعوضها إلى المشتقة الثانية إذا كانت قيمتها سالبة التوزيع تمللك نهاية عظمى وإذا كانت موجبة تملك نهاية صغرى ولكن لا يمكننا الحصول على صيغة مبسطة لتقدير المعالم التوزيع الجديد. لذا نحتاج إلى استخدام طرق عددية بسبب تعقيدها والطرق العددية تحتاج إلى استخدام البرامج الحاسوبية لصعوبة إنجاز ها يدويا. لذا تمَّ استخدام برنامج

R وهو أحد البرامج الإحصائية المهمة والسهلة لإيجاد تقدير هذه المعالم بالنسبة لتوزيع جديد: Exponentiated Chen Exponentiated Weibull distribution

8. المحاكاة Simulation: أجرينا دراسة محاكاة لتقييم اتساق مقدرات الاحتمالية القصوى. قمنا بالمحاكاة لـ N = 1000 مرات مع حجم العينة وتظهر نتائج المحاكاة في الجدول رقم 2. من مونتي نتائج محاكاة كارلو، نستنتج أن نموذجنا ينتج نتائج متسقة عند تقدير المعلمات لأنه مع زيادة حجم العينة فإن النتيجة المتوسطة تقترب من قيم المعلمات الحقيقية وكذلك متوسط الجذور الخطأ التربيعي (RMSE) ومتوسط الانحياز نحو الصفر لجميع قيم المعلمات.

8.1 القيم الاولية Initial values: لمعرفة مدى أداء طريقة الإمكان الأعظم في تقدير معالم التوزيع EChEW يمكننا استخدام العديد من البرامج التي تشتهر بعملية المحاكاة ومنها ماتلاب وR وPaython. تمَّ اخذ مجوعتين مختلف من القيم الاولية وحسب الجدول رقم (1) حيث أنَّ جميع القيم المأخوذة يجب أن تكون أكبر من الصفر اي موجبة فقط.

جدول (1): القيم الأولية لتوليد البيانات

Model	γ	τ	θ	α	δ
1	1	1	1	1	0.5
2	0.1	0.5	5	2	3

المصدر اعداد الباحث بالاعتماد على نتائج البرنامج الاحصائي.

تمَّ توظيف في هذه المحاكاة ستة أحجام مختلفة من العينات وهي n=30, 50 ,100,200,500. حيث كررت هذه العملية N=1500 مرة. تمَّ استخدام مقياسين لغرض المقارنة وهما Root Mean Square Error (RMSE) وBais.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}} \qquad (23)$$

$$Bias(\widehat{\Theta}) = E(\widehat{\Theta}) - \Theta \qquad (24)$$

إذ إن $\widehat{\Theta}$ تمثل قيمة المعلمة المقدرة.

8.2 القيم العشوائية Random samples: في هذه المرحلة يتمَّ توليد البيانات باستخدام الدالة التجزيئية حيث يتمَّ توليد المتغير العشوائي U_i وإن هذا المتغير يتبع التوزيع ((Uniform)) يتمَّ تحويل المتغير العشوائي والذي يتبع التوزيع المنتظم إلى متغير عشوائي يصف انموذج الدراسة باستعمال أسلوب رياضي احصائي وتُستعمل هذه الطريقة لتوليد مختلف المتغيرات العشوائية والتي تتبع مختلف التوزيعات الاحتمالية وتمتاز هذه الطريقة بسهولتها وكفاءتها.

من خلال التمعن في الجدول رقم (2) يتوضح لنا أن اقتراب القيمة المقدرة من القيمة الحقيقية تكون بزيادة حجم العينة وكذلك تؤدي إلى تناقص قيم Bais حتى تصبح أقرب إلى الصفر وكذلك يتمَّ نقصان قيم RMSE. وهذا إن دل على شيء فأنما يدل على أن التقدير الأنسب لمعالم التوزيع الجديد تكون بطريقة الأمكان الأعظم طريقة الإمكان. كما ويمكن الأستفادة من الأشكال رقم (3) و(4) في دعم النتائج العددية حيث من الواضح أقتراب دالة التوزيع للقيم المقدرة من القيم الحقيقية من خلال النظر إلى الأشكال.

Tikrit Journal of Administrative and Economic Sciences, Vol. 20, No. 66, Part (1): 272-286
Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.20.66.1.16

جدول (2): يمثل قيم AvE, Bias, RMSE لقيم مختلفة للمعالم المقدرة للتوزيع الجديد

Set1			**γ =1**			**τ=1**	
	n	**AvE**	**Bias**	**RMSE**	**AvE**	**Bias**	**RMSE**
	30	0.91030	-0.08970	0.51483	0.94083	-0.05917	0.23692
	50	0.92499	-0.07501	0.48450	0.94718	-0.05282	0.20540
	100	0.94418	-0.05582	0.39281	0.96079	-0.03921	0.15994
	200	0.98264	-0.01736	0.32808	0.97890	-0.02110	0.11927
	500	0.99081	-0.00919	0.22095	0.99146	-0.00854	0.06993
			θ=1			**a=1**	
	n	**AvE**	**Bias**	**RMSE**	**AvE**	**Bias**	**RMSE**
	30	1.10467	0.10467	0.28294	1.04825	0.04825	0.18294
	50	1.08598	0.08598	0.25971	1.05170	0.05170	0.16797
	100	1.07745	0.07745	0.22939	1.04300	0.04300	0.13177
	200	1.05413	0.05413	0.19634	1.03559	0.03559	0.10975
	500	1.03799	0.03799	0.14745	1.01907	0.01907	0.07088

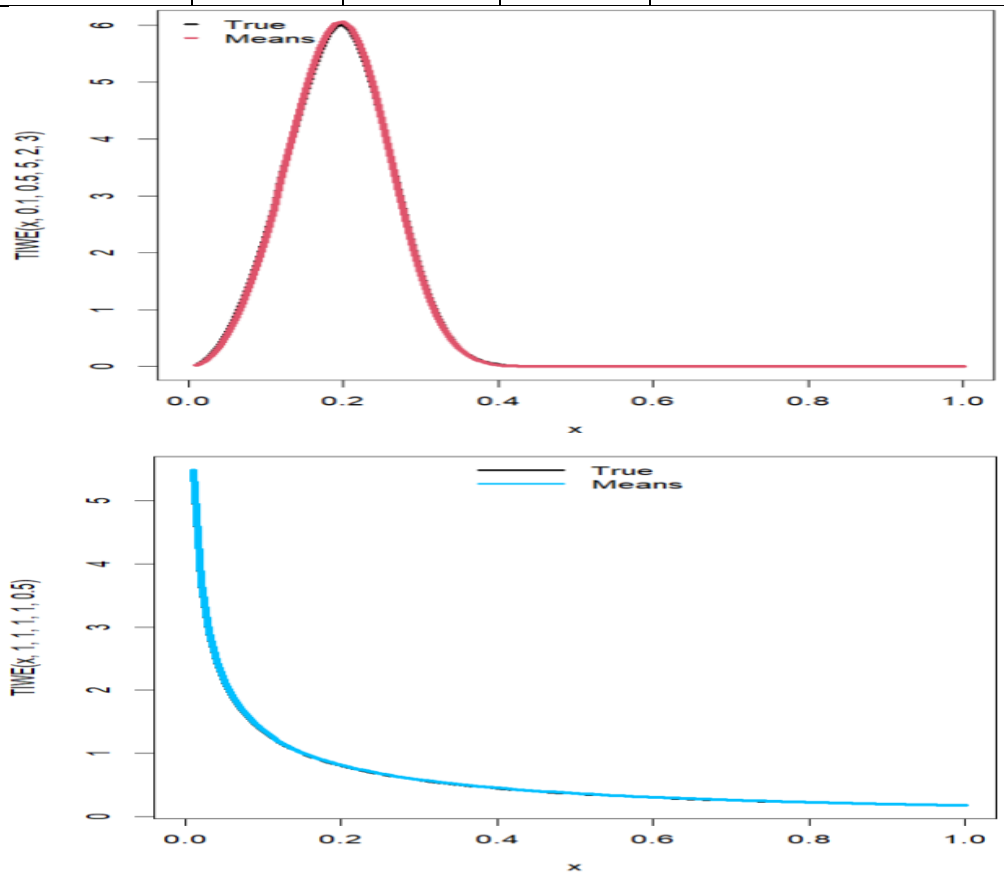
		δ=0.5	
n	**AvE**	**Bias**	**RMSE**
30	0.54726	0.04726	0.15088
50	0.52262	0.02262	0.09613
100	0.50855	0.00855	0.06098
200	0.50098	0.00098	0.04267
500	0.49881	-0.00119	0.02640

Set 2							
			γ=0.1			**τ=0.5**	
	n	AvE	Bias	RMSE	AvE	Bias	RMSE
	30	0.17851	0.07851	0.61143	0.54900	0.04900	0.22682
	50	0.16363	0.06363	0.51018	0.51822	0.01822	0.17236
	100	0.13815	0.03815	0.38057	0.49835	-0.00165	0.10400
	200	0.13342	0.03342	0.28039	0.49528	-0.00472	0.06964
	500	0.12290	0.02290	0.17597	0.49476	-0.00524	0.04360

Doi: www.doi.org/10.25130/tjaes.20.66.1.16

			θ=5			a=2	
	n	**AvE**	**Bias**	**RMSE**	**AvE**	**Bias**	**RMSE**
	30	5.03389	0.03389	0.35116	2.09672	0.09672	0.41718
	50	4.99318	-0.00682	0.26872	2.09164	0.09164	0.36219
	100	4.99572	-0.00428	0.19985	2.08027	0.08027	0.29402
	200	5.00420	0.00420	0.14643	2.08357	0.08357	0.23570
	500	5.00252	0.00252	0.09900	2.05771	0.05771	0.17089

		δ = 3	
n	**AvE**	**Bias**	**RMSE**
30	3.09442	0.09442	0.56422
50	3.07816	0.07816	0.48838
100	3.04569	0.04569	0.35818
200	3.01137	0.01137	0.25526
500	3.00361	0.00361	0.16067



المصدر اعداد الباحث بالاعتماد على نتائج البرنامج الاحصائي.

الشكل رقم (3) و(4) يمثل المنحني الحقيقي والمنحني المقدر للمجموعة الأولى والثانية للتوزيع الجديد.

9. الاستنتاجات والتوصيات Conclusions and recommendations: لا يمكن التقليل من أهمية التوزيعات الإحصائية واستخداماتها في الاستدلالات والتطبيقات لتناسب وتفسر ظواهر العالم الحقيقي المتقدم. في هذه الورقة البحثية تم اقتراح توزيع جديد سميت بتوزيع (ويبل المرفوع تشين الأسي) وتم الترميز له بالرمز (EChEW). ولقد قمنا بتطبيق هذا التوزيع ولبيان مدى كفاءة طريقة الإمكان الأعظم في تقدير المعلمات يتمَّ استخدام أسلوب المحاكاة في البحث لمعرفة مدى ملائمة التوزيع المقترح. ومن خلال ما تم التوصل إليه من النتائج التي تم سردها يتضح أفضلية التوزيع الجديد. تمَّ استخدام طريقة الامكان الاعظم لتقدير للمعالم التوزيع الجديد المجهولة. حيث وجد ان هذه المعلمات المقدرة لا يمكن حلها جبريا لذا تمَّ استعمال المحاكاة لبيان مدى كفاءة هذه الطريقة في تقدير المعلمات. حيث اتضح أن طريقة الإمكان الأعظم تعطي نتائج جيدة من خلال المحاكاة. لذا نوصي الباحثين على استخدام هذا التوزيع مع عوائل أخرى غير مستمرة أو مستمرة لحصول على نتائج جيدة أو اجراء توسيع يحسن من دقة تطابق النموذج باستخدام اسلوب المحاكاة من خلال بعض البرامج الإحصائية مثل متلاب وبرنامج SPSSوبرنامج R. وكذلك استخدام التوزيع الجديد في دراسة استقراريه السلاسل الزمنية التي لم تعطية دالة CDF من اشكال مختلفة وإيجاد صفات أخرى جديدة غير مدروسة.

References

1. Abd, F. H., & Hammed, S. S., (2023), The probability distribution (Marshall-Olkin-generalized Exponential Inverse Weibull) properties and application. Tikrit Journal of Administration and Economics Sciences, 19(Special Issue part 5).
2. Anzagra, L., Sarpong, S., & Nasiru, S., (2020), Chen-G class of distributions. Cogent Mathematics & Statistics, 7(1), 1721401.
3. Anzagra, L., Sarpong, S., & Nasiru, S., (2022), Odd Chen-G family of distributions. Annals of Data Science, 9(2), 369-391.
4. Artin, E., (2015), The gamma functions. Courier Dover Publications.
5. Awodutire, P., (2022), Statistical Properties and Applications of the Exponentiated Chen-G Family of Distributions: Exponential Distribution as a Baseline Distribution. Austrian Journal of Statistics, 51(2), 57-90.
6. Bromiley, P. A., Thacker, N. A., & Bouhova-Thacker, E., (2004), Shannon entropy, Renyi entropy, and information. Statistics and Inf. Series (2004-004), 9(2004), 2-8.
7. Chen, Z., (2000), A new two-parameter lifetime distribution with bathtub shape or increasing failure rate function. Statistics & Probability Letters, 49(2), 155-161.
8. Gupta, R. C., Gupta, P. L., & Gupta, R. D., (1998), Modeling failure time data by Lehman alternatives. Communications in Statistics-Theory and methods, 27(4), 887-904.
9. Hammed, S. S., & Khaleel, M. A., (2023), Gompertz Topp–Leone invers Weibull Distributions: Some Properties and Application. Tikrit Journal of Administrative and Economic Sciences, 19(61, 2), 417-435.

10. Hammed, S., & Khaleel, M., (2023), Some Properties and Applications of the Gompertz Topp-Leone Inverse Exponential Distribution. Journal of Al-Rafidain University College for Sciences (Print ISSN: 1681-6870, Online ISSN: 2790-2293), (1), 374-386.
11. Hyndman, R. J., & Fan, Y. (1996). Sample quantiles in statistical packages. The American Statistician, 50(4), 361-365.
12. Johnson, N. L., & Kotz, S., (1975), A vector multivariate hazard rate. Journal of Multivariate Analysis, 5(1), 53-66
13. Khaleel, M. A., & Hammed, S. S., (2023), Gompertz Topp–Leone invers Rayleigh Distributions: Some Properties and Application. Tikrit Journal of Administration and Economics Sciences, 19(Special Issue part 5).
14. Khaleel, M. A., Oguntunde, P. E., Ahmed, M. T., Ibrahim, N. A., & Loh, Y. F., (2020), The Gompertz flexible Weibull distribution and its applications. Malaysian Journal of Mathematical Sciences, 14(1), 169-190.
15. Khaleel, M. A., Oguntunde, P. E., Al Abbasi, J. N., Ibrahim, N. A., & AbuJarad, M. H. (2020). The Marshall-Olkin Topp Leone-G family of distributions: A family for generalizing probability models. Scientific African, 8, e00470.
16. Khan, M. S., King, R., & Hudson, I. L., (2020), Transmuted Burr type X distribution with covariates regression modeling to analyze reliability data. American Journal of Mathematical and Management Sciences, 39(2), 99-121.
17. Korkmaz, M. Ç., Altun, E., Chesneau, C., & Yousof, H. M., (2022), On the unit-Chen distribution with associated quantile regression and applications. Mathematica Slovaca, 72(3), 765-786.
18. Merovci, F., Alizadeh, M., Yousof, H. M., & Hamedani, G. G., (2017), The exponentiated transmuted-G family of distributions: theory and applications. Communications in Statistics-Theory and Methods, 46(21), 10800-10822.
19. Oguntunde, P. E., Adejumo, A. O., Khaleel, M. A., Okagbue, H. I., & Odetunmibi, O. A., (2018, October), The logistic inverse exponential distribution: Basic structural properties and application. World Congress on Engineering.
20. Refaie, M. K., Yaqoob, A. A., Selim, M. A., & Ali, E. I., (2023), A Novel Version of the Exponentiated Weibull Distribution: Copulas, Mathematical Properties and Statistical Modeling. Pakistan Journal of Statistics and Operation Research, 491-519.